Centro de Estudios Económicos
El Colegio de México, A.C.
www.colmex.mx

Serie documentos de trabajo

ALGUNAS NOTAS SOBRE LOS MODELOS DE KALECKI DEL CICLO ECONÓMICO

Oscar Fernández

DOCUMENTO DE TRABAJO

Núm. III - 1990

ALGUNAS NOTAS SOBRE LOS MODELOS DE KALECKI DEL CICLO ECONOMICO*

OSCAR FERNANDEZ**

Julio de 1990

* VERSION PRELIMINAR

**Centro de Estudios Económicos, El Colegio de México; Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional.

Primer modelo [1933][1]

1. En su primer modelo del ciclo económico, Kalecki consideró que el principal motivo para el comportamiento fluctuante de la economía se encontraba en las variaciones que experimentaba la inversión, como consecuencia de las oscilaciones de la tasa de ganancia de los capitalistas debidas al mayor ritmo de crecimiento del capital fijo en relación con las ganancias. Kalecki describe así el proceso:

> "Supongamos que la economía se estabiliza en el «suelo» de la depresión a un bajísimo nivel de actividad económica. Supongamos también que la inversión en particular ha descendido hasta el punto de no cubrir las necesidades de reposición del equipo de capital envejecido. Supongamos que este equipo consiste en 2000 plantas, 100 de las cuales caen en desuso cada año, construyéndose sólo 60. De este modo, el equipo de capital se reduce en 40 plantas cada año. Sin embargo, es esa misma destrucción del equipo la que después de un período bastante prolongado inicia la fase del alza. Esto se debe a que, como consecuencia de la contracción del equipo de capital, se satisface la misma demanda con un número cada vez menor de plantas industriales, por lo cual aumenta su grado de utilización. Consecuentemente, la rentabilidad del equipo de capital existente aumenta, con lo que el nivel de inversión empieza a elevarse también... Esto tendrá como resultado el incremento de la producción de bienes de inversión y del empleo en las respectivas ramas de la industria. Pero, además, el aumento de la demanda de bienes de consumo por parte de los trabajadores recién empleados aumentará a su vez el empleo en las industrias de bienes de consumo. Este aumento general de la producción ocasionará un nuevo aumento de la rentabilidad seguido por una expansión de la actividad inversora, ..., etcétera."

---

[1]Nos estamos basando en "Esquema de una teoría del ciclo económico" [1933] y "El mecanismo del auge económico" [1935] en Kalecki, M., *Ensayos escogidos sobre dinámica de la economía capitalista*, México, Fondo de Cultura Económica, 1977.

"Ese es, en efecto, un proceso acumulativo que origina un alza sostenida. Sin embargo, cuando la inversión supera el nivel de las necesidades de reposición del capital fijo, es decir, cuando se construyen plantas industriales en número superior a las 100 que caen en desuso, hacen su aparición los factores que obstaculizan el alza. Así como la contracción del equipo de capital durante la depresión era el germen de la fase de alza, la expansión del equipo pone fin al auge e inicia la fase de baja."

"El proceso de descomposición del auge es el inverso del que inicia la fase de alza a partir de la depresión. Supongamos que en el «techo» del auge la inversión se estabiliza en 140 plantas, por lo que, siendo 100 el número de plantas que caen en desuso anualmente, la expansión anual del equipo de capital es de 40 plantas. En este caso, un número cada vez mayor de plantas industriales deberán satisfacer la misma demanda, lo que tendrá como resultado la disminución del grado de utilización de cada una de ellas. El descenso de la rentabilidad resultante originará una contracción de la inversión. Al igual que el incremento de la inversión en el «suelo» de la depresión significó el punto de partida del incremento de la producción y la disminución del desempleo, seguirán aquí la caída de la producción y el aumento del paro. Este movimiento descendente tendrá el mismo carácter cumulativo que tenían las tendencias crecientes durante la fase de alza."[2]

2. En la formulación del modelo matemático correspondiente, Kalecki trata de analizar el *ciclo económico puro*, para lo cual supone un sistema económico "*cerrado* y *desprovisto de tendencias*, es decir, uno que vuelva a su situación original después de cada ciclo".[3] No hay, por consiguiente, reproducción ampliada de la economía: la inversión tiene como único objetivo la reposición del

---

[2]"El mecanismo del auge económico", en Kalecki, M., *op. cit.*, pp. 41-42.

[3]"Esquema de una teoría del ciclo económico", en Kalecki, *op. cit.*, p. 11.

capital fijo desgastado.

3. Kalecki introduce el supuesto de que la inversión depende directamente de la tasa de ganancia r de la economía. De acuerdo con este supuesto, si por algún motivo dicha tasa se eleva la inversión también debe incrementarse, produciéndose más bienes de capital de los que la economía requiere para reponer el desgaste del capital fijo. Lo opuesto ocurre si la tasa de ganancia desciende.

Explícitamente, Kalecki supone que la inversión *decidida* al tiempo t, que denotaremos por $I_t^{(d)}$, vista como fracción del capital fijo K_t existente en ese momento, es una función lineal creciente de la tasa de ganancia r_t vigente al tiempo t:

$$\frac{I_t^{(d)}}{K_t} = \lambda r_t - n \tag{1}$$

en donde λ y n son las constantes que caracterizan la función lineal. Como la función es creciente, $\lambda > 0$; además, si se supone que al decrecer r_t los capitalistas suspenden la inversión antes de que r_t se haga cero, puede verse que n deberá ser positiva.

La tasa de ganancia r_t está dada por:

$$r_t = \frac{P_t}{K_t} \tag{2}$$

siendo P_t las ganancias obtenidas por los capitalistas en el período t. Sustituyendo (2) en (1) obtenemos para la función de inversión decidida $I_t^{(d)}$ la expresión:

$$I_t^{(d)} = \lambda P_t - n K_t \tag{3}$$

Vemos así explícitamente que las ganancias P_t contribuyen *positivamente* a las decisiones de inversión $I_t^{(d)}$, en tanto que el capital fijo K_t lo hace *negativamente*.

4. Las ganancias P_t son utilizadas por los capitalistas en parte para su propio consumo, C_t, y en parte para la inversión I_t efectuada durante ese período:

$$P_t = C_t + I_t \tag{4}$$

El consumo capitalista C_t, a su vez, se toma como una función lineal de las ganancias P_t:

$$C_t = \bar{C} + qP_t \tag{5}$$

siendo $\bar{C}$ el consumo capitalista autónomo y q la propensión a consumir de los capitalistas. De (4) y (5) obtenemos entonces:

$$P_t = \frac{\bar{C} + I_t}{1 - q} \tag{6}$$

5. Siguiendo la argumentación de Kalecki, podemos considerar que la inversión I_t, efectuada durante el período t, es el resultado de la inversión $I_{t-\theta}^{(d)}$ decidida por los capitalistas un tiempo Θ *antes*: el retraso es debido al lapso Θ requerido para la producción y entrega de los bienes de capital respectivos[4]. En esta forma, la inversión

[4] En realidad, Kalecki supone que la inversión tiene *tres*

asociada a (11):

$$\Delta = (1 + m)^2 - 4(m + n) =$$

$$= (1 - m)^2 - 4n \qquad (12)$$

Es conocido que si $\Delta \geq 0$, la solución de (11) consiste en una función que crece con una tasa de crecimiento constante, en tanto que si $\Delta < 0$ la solución tiene un carácter oscilatorio[8]. Puesto que buscamos soluciones que representen el ciclo económico, sólo resulta aceptable la segunda alternativa ($\Delta < 0$), que en virtud de (12) da lugar a la condición:

$$n > \frac{1}{4}(1 - m)^2 \qquad (13)$$

Si consultamos la ecuación (8), podemos ver que la relación (13) expresa que n debe ser suficientemente grande con respecto de m (en el sentido de (13)) como para que el crecimiento del término que contiene a K_t predomine sobre el del que contiene a I_t en el miembro derecho de (8), siendo por tanto el elemento decisivo en el establecimiento del comportamiento oscilatorio de $I_{t+\theta}$.

Cuando (13) es satisfecha, la solución de la ecuación dinámica (11) tiene la forma[9]:

$$I_t = D + A\rho^t \mathrm{sen}(\omega t + \phi) \qquad (14)$$

en donde los parámetros ρ y ω resultan dados por:

[8] Chiang, *op. cit.*

[9] Chiang, *op. cit.*

$$\rho = \sqrt{m + n} \tag{15}$$

$$\tan \omega = \frac{\sqrt{4n - (1 - m)^2}}{1 + m} \tag{16}$$

y A y ϕ son constantes arbitrarias que se determinan a partir de las condiciones iniciales dadas.

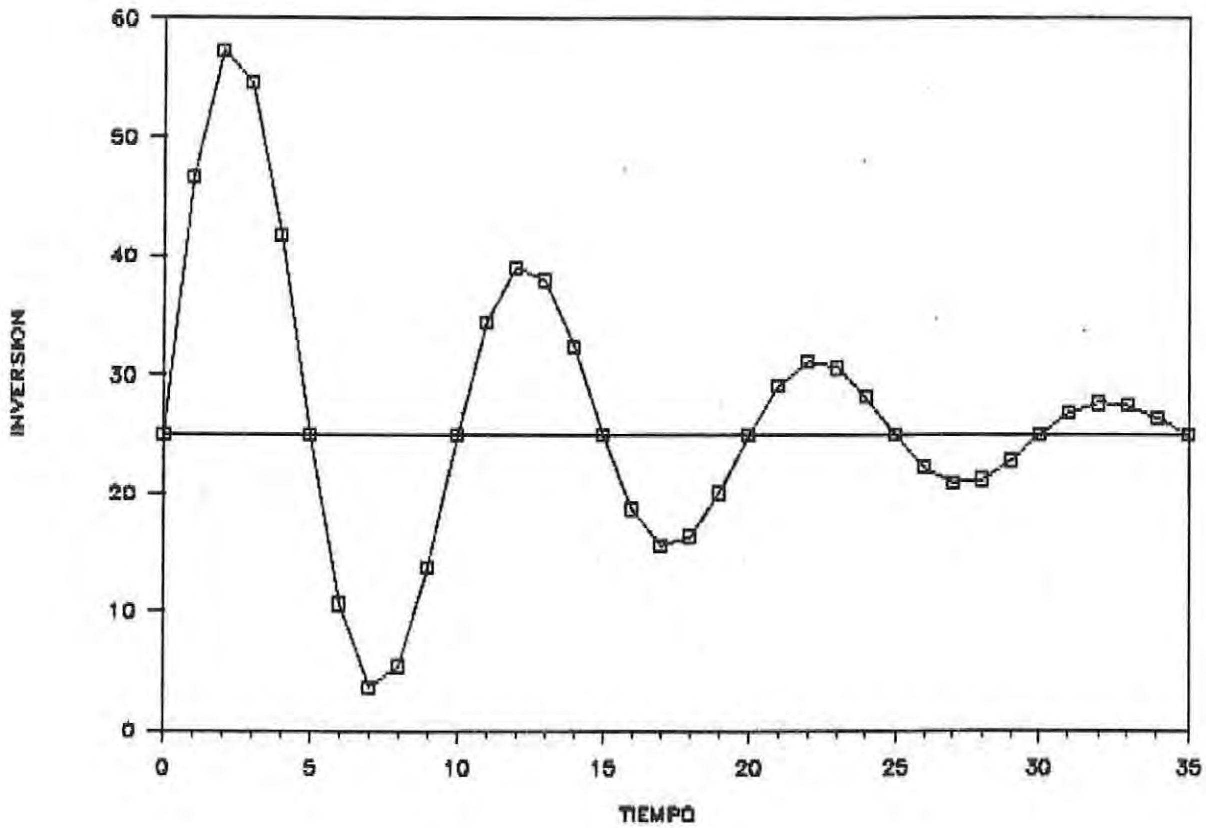
La solución (14) representa una función de inversión que oscila alrededor del nivel de reposición D. La oscilación tiene una frecuencia angular ω, vinculada con el período de oscilación τ a través de la relación $\omega = 2\pi/\tau$; y su amplitud, $A\rho^t$, será creciente, constante o decreciente según que ρ sea mayor, igual o menor que 1, respectivamente. Por consiguiente, de acuerdo con (15) se presentarán los siguientes casos:

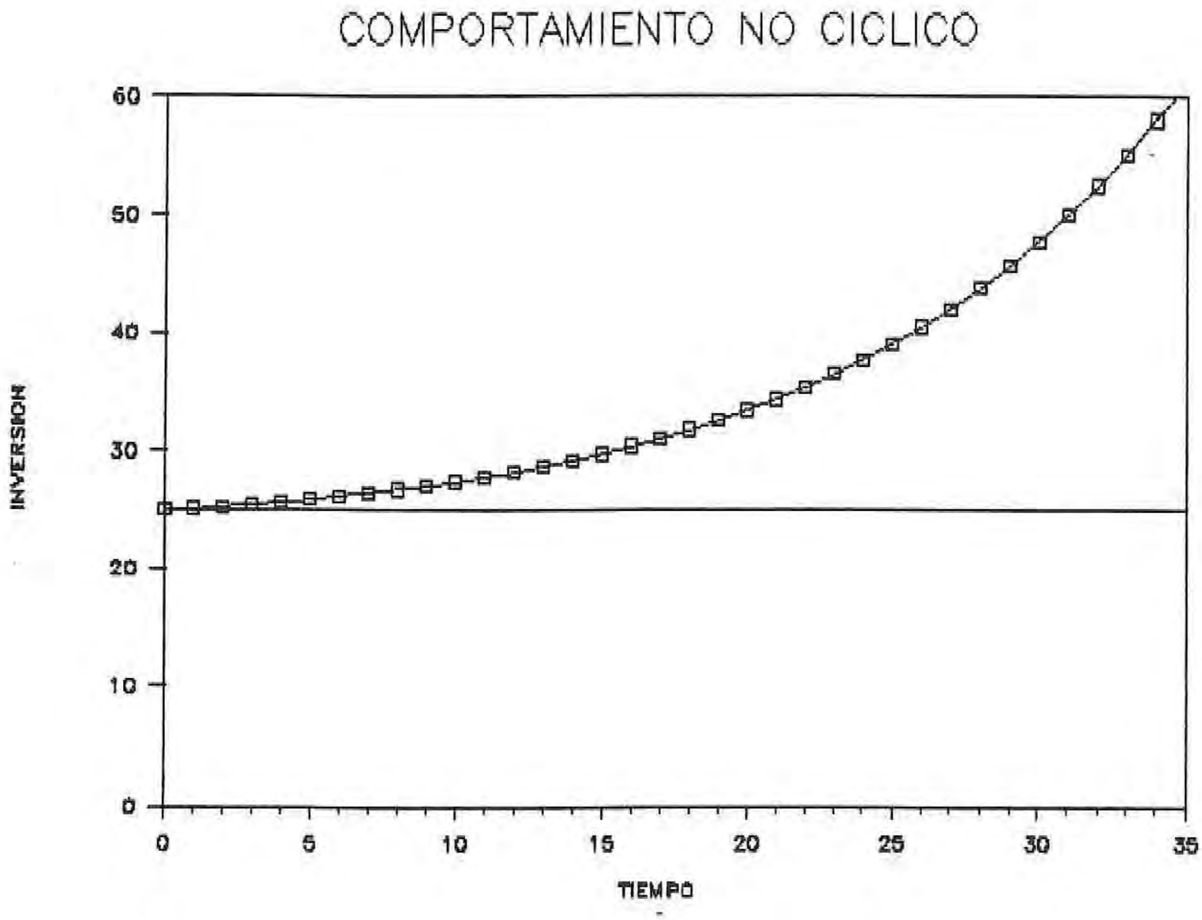
$m + n$	TIPO DE CICLO
> 1	Explosivo
$= 1$	Estable
< 1	Atenuado

Un ciclo explosivo llevaría a la destrucción del sistema económico, y uno atenuado haría desaparecer tendencialmente el comportamiento fluctuante. Sólo el ciclo estable da lugar a un ciclo económico permanente; en este caso, además de (13) deberá cumplirse, de acuerdo con el Cuadro anterior, la condición:

$$m + n = 1 \tag{17}$$

COMPORTAMIENTO CICLICO ATENUADO




COMPORTAMIENTO NO CICLICO
INVERSION
TIEMPO
0
10
20
30
40
50
60
0
5
10
15
20
25
30
35

8. Veamos ahora qué ocurre si $\theta = 0$. En este caso, la ecuación dinámica (10) se reduce a:

$$(1 - m)I_{t+1} - (1 - m - n)I_t = nD \qquad (18)$$

Puede demostrarse fácilmente[10] que la solución de la ecuación (18) representa una inversión que crece en el tiempo a una tasa constante sobre el nivel de reposición D; no existe aquí solución oscilatoria.

De lo anterior se concluye que la existencia de un lapso $\theta > 0$ para la producción y entrega de los bienes de capital es un elemento esencial para la existencia del ciclo económico en el presente modelo de Kalecki.

[10] Chiang, *op. cit.*, Cap. 16.

Segundo modelo [(1943) 1954][11]

9. En su segundo modelo del ciclo económico Kalecki incorpora elementos adicionales a los que figuraban en el primero, destacando la introducción de una dependencia explícita de las decisiones de inversión de los capitalistas respecto del monto de su ahorro corriente. De ello resulta, como se verá, un nuevo mecanismo para la generación del ciclo, que ya no depende tanto de la caída de la tasa de ganancia ocasionada por el crecimiento del capital fijo, como de una débil respuesta de las decisiones de inversión -que se traducirán con un cierto retraso en la inversión efectuada- frente al ahorro capitalista. Este efecto es denominado "reinversión incompleta" por Kalecki, sugiriendo con dicho término la circunstancia de que los ahorros de los capitalistas induzcan decisiones de inversión por un monto *menor* que el de los propios ahorros.

10. En este modelo Kalecki trata nuevamente de estudiar el ciclo económico *puro*, para lo cual vuelve a suponer que *no hay reproducción ampliada*. En su estudio, extendió el escenario al de una economía con Gobierno y con comercio exterior (aunque supuso que el presupuesto del Gobierno se encontraba equilibrado, al igúal que la balanza comercial con el exterior); sin embargo, estos aspectos no son indispensables para la argumentación desarrollada, por lo cual si tratamos de simplificar el modelo al máximo para apreciar mejor la lógica de su funcionamiento, podemos dejarlos de lado. Otro tanto podemos hacer con el ahorro de los trabajadores, y con la consideración de la inversión en

[11]Nos basamos aquí en "El ciclo económico" [(1943) 1954], y de manera general en toda la Segunda Parte de Kalecki, M., *op. cit.*

existencias que analiza Kalecki.

Así pues, en la presente versión del segundo modelo de Kalecki supondremos una economía sin crecimiento tendencial, sin Gobierno y cerrada al comercio exterior. Los trabajadores consumen íntegramente su salario, y sólo hay inversión en capital fijo.

11. La definición de la dinámica económica en el segundo modelo del ciclo económico de Kalecki se establece, como en el primero, a través de la función de inversión. Para la función correspondiente a este nuevo modelo, Kalecki señala lo siguiente:

> "Abordaremos como sigue el problema de las determinaciones de invertir en capital fijo: si consideramos la tasa de decisiones de invertir en un período corto podemos suponer que al principio de este período las empresas han llevado sus planes de inversión hasta el punto donde dejan de ser redituables ya sea por causa del reducido mercado de los productos de la empresa o del «riesgo creciente» y la limitación del mercado de capital. En tal caso, se tomarán nuevas decisiones de invertir sólo si, en el período considerado, ocurren cambios en la situación económica que ensanchen los límites que aquellos factores han impuesto a los planes de inversión. Tendremos en cuenta tres categorías generales de semejantes cambios ocurridos en un período dado: *a*) Acumulación bruta de capital por las empresas mediante parte de sus ganancias corrientes, es decir, sus ahorros brutos corrientes, y *b*) Variaciones de las ganancias y del acervo de capital fijo que determinan conjuntamente variaciones de la tasa de ganancias."[12]

Así pues, de acuerdo con Kalecki, la inversión *decidida*

[12]"Determinantes de la inversión" [(1943) 1954], en Kalecki, *op. cit.*, pp. 128-129.

en el período t, $I_t^{(d)}$, es ahora determinada por los siguientes factores:

a) Los ahorros S_t de los capitalistas en el período t, que en la medida en que constituyen fondos disponibles en busca de una salida, contribuyen *positivamente* a las decisiones de inversión.

b) Las *variaciones* de las ganancias y del acervo de capital fijo, $\Delta P_t = P_{t+1} - P_t$ y $\Delta K_t = K_{t+1} - K_t$, respectivamente, en el período t. Puesto que un aumento de P_t resulta favorable para los capitalistas y uno de K_t desfavorable, ΔP_t contribuye *positivamente* a las decisiones de inversión, mientras que ΔK_t lo hace *negativamente*.

Kalecki postula entonces para la función $I_t^{(d)}$ una forma lineal:

$$I_t^{(d)} = aS_t + b\Delta P_t - c\Delta K_t + d \qquad (19)$$

en donde a, b, c y d son los parámetros que caracterizan a la función de inversión. Por su naturaleza, a, b y c deben ser positivos, en tanto que d puede tener cualquier signo.

12. Analicemos los ahorros S_t de los capitalistas. Puesto que las ganancias P_t son usadas por ellos en parte para su consumo C_t y el resto para la inversión I_t, tendremos:

$$P_t = C_t + I_t \qquad (20)$$

de manera que los ahorros $S_t = P_t - C_t$ resultan iguales a la inversión efectuada:

$$S_t = I_t \tag{21}$$

Aquí debe recordarse, sin embargo, que para Kalecki no son los ahorros los que determinan la inversión llevada a cabo, sino a la inversa, es la inversión efectuada la que determina los ahorros:

> "En la concepción presente la inversión, una vez que se ha llevado a cabo, provee automáticamente el ahorro necesario para financiarla. En efecto, en nuestro modelo simplificado, las ganancias en un período dado provienen directamente del consumo y la inversión de los capitalistas en ese período. Si la inversión aumenta en cierta cantidad, los ahorros obtenidos de las ganancias serán correspondientemente mayores."
>
> "Para concretar: si algunos capitalistas aumentan su inversión usando sus reservas líquidas para este propósito, las ganancias de otros capitalistas aumentarán de manera correspondiente pasando de este modo estas reservas invertidas a manos de estos últimos. Si por medio de créditos bancarios se financian inversiones adicionales, el gasto de las cantidades en cuestión causará que una cantidad igual de ganancias ahorradas se acumule en forma de depósitos bancarios."[13]

13. Pasemos ahora a la determinación de la variación de las ganancias, ΔP_t. Para este fin, procediendo como en el §4 Kalecki introduce una función lineal de consumo capitalista, pero ahora suponiendo que dicho consumo al tiempo t, C_t, depende de las ganancias $P_{t-\lambda}$ obtenidas un tiempo λ *antes*:

$$C_t = \bar{C} + qP_{t-\lambda} \tag{22}$$

Sustituyendo C_t en la ecuación (20) obtenemos entonces,

[13] "Los determinantes de las ganancias" [(1933) 1954], en Kalecki, *op. cit.*, p. 100.

en analogía con (6):

$$P_t = I_t + \overline{C} + qP_{t-\lambda} \quad , \qquad (23)$$

De acuerdo con (23), las ganancias P_t están determinadas por la inversión en ese período y las ganancias en el período $t - \lambda$. Aplicando recursivamente esta relación, tendríamos entonces que $P_{t-\lambda}$, a su vez, estaría determinada por la inversión al tiempo $t - \lambda$ y las ganancias en $t - 2\lambda$, y así sucesivamente. Es decir, P_t está determinada por las inversiones I_t, $I_{t-\lambda}$, $I_{t-2\lambda}$, etc. Pero es de esperar que sólo sean importantes las inversiones en el pasado cercano a t, pudiendo por tanto escribir como una ecuación aproximada:

$$P_t = f(I_{t-\nu}) \qquad (24)$$

siendo ν un lapso de tiempo representativo del retraso con el que las ganancias son determinadas por la inversión.

Sustituyendo (24) en (23) obtenemos entonces:

$$f(I_{t-\nu}) = I_t + \overline{C} + qf(I_{t-\nu-\lambda}) \qquad (25)$$

Para determinar la forma de la función f, Kalecki analiza el caso particular en que I_t es constante en el tiempo, de manera que $I_t = I_{t-\nu} = I_{t-\nu-\lambda}$. Bajo este supuesto, la ecuación (25) resulta:

$$f(I_t) = I_t + \overline{C} + qf(I_t) \qquad (26)$$

de lo cual se sigue que:

$$f(I_t) = \frac{\bar{C} + I_t}{1 - q} \tag{27}$$

La relación (27) se ha obtenido bajo el supuesto de que I_t se mantiene constante en el tiempo. Sin embargo, Kaleki extiende su validez para cualquiera que sea el comportamiento de la inversión I_t a través del tiempo. Si es así, entonces, de conformidad con (24):[14]

$$P_t = \frac{\bar{C} + I_{t-v}}{1 - q} \tag{28}$$

Por consiguiente, de acuerdo con (28) la variación ΔP_t de las ganancias en el tiempo resulta ser:

$$\Delta P_t = \frac{\Delta I_{t-v}}{1 - q} \tag{29}$$

14. Revisemos finalmente el término ΔK_t de la ecuación (19). Para ello, es suficiente tomar en cuenta el hecho de que en cada período la tasa de variación del capital fijo K_t es igual a la inversión en capital fijo I_t efectuada en ese período, deducida la depreciación D:

[14]Kalecki argumenta que la ecuación (25) debe ser válida cualquiera que sea el comportamiento de la inversión a través del tiempo, debiendo satisfacerse en particular cuando ésta es constante en el tiempo. Si bien este razonamiento nos parece correcto, no opinamos lo mismo acerca de la conclusión de que la función f deba tener una *forma* universal, en este caso la dada por (27): de ser así, sustituyendo (27) en (25) se obtendría una ecuación para la inversión que podría resolverse completamente, haciendo innecesaria la ecuación (19), base del modelo. En nuestra opinión la ecuación (28) constituye en sí misma un postulado, que reemplaza a (23) y, por tanto, a (22).

$$\Delta K_t = I_t - D \tag{30}$$

15. Sustituyendo ahora las expresiones para S_t, ΔP_t y ΔK_t dadas por (21), (29) y (30), respectivamente, en la ecuación de inversión (19), y suponiendo como en (7) que la inversión $I_t^{(d)}$ *decidida* en el período t será *efectuada* hasta el período $t + \theta$, obtenemos:

$$I_{t+\theta} = aI_t + b\,\frac{\Delta I_{t-v}}{1 - q} - c(I_t - D) + d \tag{31}$$

Notemos que si el sistema estuviera estático la inversión en todo período sería igual exclusivamente a la inversión de reposición D, es decir, $I_t = D$ para toda t. De (31) vemos entonces que $D = aD + d$; por consiguiente la constante d, para ser consistente, debe tener el valor:

$$d = (1 - a)D \tag{32}$$

Sustituyendo (32) en (31), reemplazando t por $t + v$ y reagrupando términos, obtenemos finalmente:

$$I_{t+\theta+v} - (a - c)I_{t+v} - \frac{b}{1 - q}I_{t+1} + \frac{b}{1 - q}I_t =$$

$$= (1 - a + c)D \tag{33}$$

La ecuación de inversión (33) se corresponde en este modelo con la ecuación (10) del primer modelo.

16. La ecuación (33) es una ecuación en diferencias lineal de orden $\theta + v$. El retardo θ en la producción y entrega de los bienes de capital, así como el retraso v con el que la inversión repercute sobre las ganancias, determinan aquí el orden de la ecuación.

Supongamos ahora por simplicidad que $\theta = v = 1$. La ecuación (33) se reduce entonces a:

$$I_{t+2} - (a + \frac{b}{1-q} - c)I_{t+1} + \frac{b}{1-q}I_t =$$

$$= (1 - a + c)D \tag{34}$$

Pero si hacemos las sustituciones:

$$m = a + \frac{b}{1-q} - c - 1 \tag{35}$$

$$n = 1 - a + c \tag{36}$$

entonces la ecuación (34) se transforma en:

$$I_{t+2} - (1 + m)I_{t+1} + (m + n)I_t = nD \tag{37}$$

que es formalmente idéntica a la ecuación (11) del primer modelo. En consecuencia, las soluciones serán también idénticas, por lo cual podemos utilizar los resultados obtenidos en el §7.

Según se vio en (13), la condición para que la solución tenga un carácter oscilatorio es que $n > \frac{1}{4}(1 - m)^2$. Esta condición implica en primer lugar que $n > 0$: de acuerdo con (36), tendremos por consiguiente:

$$\frac{a}{1+c} < 1 \qquad (38)$$

De acuerdo con (38), una ponderación c elevada del crecimiento del capital fijo sobre las decisiones de inversión (19) contribuye al establecimiento del carácter cíclico de ésta. Pero c puede también ser pequeña, o inclusive cero, satisfaciéndose (38) con tal de que a sea suficientemente pequeña. Es decir, el crecimiento del capital ya no es un ingrediente fundamental para la explicación del ciclo económico; sólo lo acentúa. De hecho, Kalecki supone que la constante c "es una fracción bastante pequeña"[15]. Más importante es ahora el valor de a: si éste es grande, significando una alta influencia del monto del ahorro de los capitalistas en sus decisiones de inversión, su efecto puede pesar más que el crecimiento del capital fijo, dejando de satisfacerse (38) y teniéndose por consiguiente un crecimiento sostenido. Pero cuando a es pequeña, y sobre todo menor que 1, el ahorro de los capitalistas influye poco en sus decisiones de inversión. Kalecki denomina "reinversión incompleta" a esta situación, lo cual evidentemente no se refiere a una discrepancia entre el ahorro S_t y la inversión efectuada I_t, que son iguales en este modelo (ec. (21)), sino a la *repercusión* de S_t sobre las *decisiones* de inversión $I_t^{(d)}$, que a su vez se traducirán en la inversión efectuada $I_{t+\theta}$.

Ahora bien: aun cuando la condición (38) sea satisfecha, las oscilaciones pueden ser de varios tipos. De acuerdo con la discusión del §7, utilizando (15) con (35) y (36) obtenemos:

---

[15] "Determinantes de la inversión", en Kalecki, *op. cit.*, p. 137.

$$m + n = \frac{b}{1 - q} \tag{39}$$

y por consiguiente vemos que las oscilaciones serán explosivas, estables o atenuadas dependiendo de que $\frac{b}{1 - q}$ sea mayor, igual o menor que 1, respectivamente. En esta forma, tendremos las siguientes situaciones:

$\frac{b}{1 - q}$	TIPO DE CICLO
> 1	Explosivo
$= 1$	Estable
< 1	Atenuado

Pero b es el coeficiente que pondera a las variaciones de las ganancias de los capitalistas en la ecuación de decisiones de inversión (19), en tanto que, de conformidad con (29), $\frac{1}{1 - q}$ es el multiplicador de la variación de las ganancias respecto de la variación de la inversión. Por consiguiente, la aparición de oscilaciones explosivas puede interpretarse como el resultado de una alta sensibilidad de las decisiones de inversión a las variaciones de las ganancias, y/o de estas últimas a la inversión efectuada. Si las oscilaciones resultan atenuadas, la interpretación es la opuesta; en tanto que la presencia de oscilaciones estables constituye la transición entre las dos situaciones anteriores.

Tercer modelo [1968][16]

17. En su tercer modelo del ciclo económico, Kalecki introduce varias modificaciones en relación a sus dos modelos anteriores. Si bien mantiene la dependencia de las decisiones de inversión respecto del ahorro de los capitalistas como en el segundo modelo, suprime la dependencia de la inversión en el crecimiento del capital fijo que aparecía en sus dos modelos anteriores, y añade ahora un estímulo a la inversión que resulta de suponer que los capitalistas comparan la tasa de ganancia producida por la nueva inversión con una cierta tasa de ganancia "estándar" que les sirve de referencia; esta tasa incorpora elementos resultantes del progreso técnico, que ocasiona un desplazamiento de las ganancias del equipo viejo hacia el equipo nuevo, más eficiente y por consiguiente más rentable. Por otra parte, considera que ciertos parámetros que en los otros modelos permanecían constantes -el término constante de la función de inversión y el término correspondiente al consumo autónomo de los capitalistas- son ahora vistos como funciones del tiempo que cambian lentamente; de aquí surge, como se verá, la formación de una *tendencia* definida para la inversión, que estará acompañada por un *comportamiento cíclico* en torno a ella. Estos dos elementos -tendencia y ciclo económico- aparecen por consiguiente vinculados estrechamente, proviniendo ambos de la resolución de una misma ecuación de inversión.

El mecanismo generador del ciclo, sin embargo, resulta ser en lo esencial el mismo que en el segundo modelo: una "reinversión incompleta" de los ahorros de los capitalistas.

---

[16] Nos basamos aquí en "Tendencia y ciclo económico" [1968], en Kalecki, M., *op. cit.*

18. El establecimiento de la dinámica económica en este modelo se da, como en los dos anteriores, a través de la función de inversión. Kalecki postula ahora una función de decisiones de inversión $I_t^{(d)}$ que tiene la forma:

$$I_t^{(d)} = aS_t + b[I(\Pi)_t - I_t] + \phi_t \qquad (40)$$

en donde a y b son constantes positivas; $I(\Pi)_t$ es un monto de inversión que los capitalistas toman como referencia para invertir en cada período, el cual se encuentra asociado a la tasa incremental de ganancia "estándar" Π; y ϕ_t es una función del tiempo que cambia lentamente, y que representa el estímulo adicional para la inversión que resulta de las innovaciones tecnológicas llevadas a cabo en cada período considerado.

Analizaremos a continuación cada uno de los términos de la ecuación (40).

19. En primer lugar aparece, como en el segundo modelo, el término aS_t, motivado por consideraciones

> "ligadas al problema del capital empresarial que es la base de la inversión debida a los limitados mercados de capital y el «creciente riesgo» que supone el uso del mismo".[17]

Es decir, nuevamente los ahorros de los capitalistas son vistos como capital en busca de salida, lo que determina fondos disponibles para la inversión. Pero ahora Kalecki supone explícitamente que la constante a "es menos, pero no mucho menos, que uno":[18]

---

[17] Kalecki, *op. cit.*, p.194.

[18] Kalecki, *op. cit.*, p. 195.

$$a < 1 \tag{41}$$

debido a que el término aS_t es visto por él como correspondiente a los ahorros empresariales, que son más reducidos que los ahorros S_t del rentista.

Asimismo, como en los modelos anteriores, se supone que el ahorro de los capitalistas es igual a su inversión:

$$S_t = I_t \tag{42}$$

20. Consideremos ahora al segundo término de la ecuación de decisiones de inversión (40), $b[I(\pi)_t - I_t]$. Este término, al contener la diferencia entre la inversión realmente efectuada, I_t, y el nivel de referencia $I(\pi)_t$,

> "se basa en la idea de que los empresarios averiguan o analizan cómo «le está yendo» a la nueva inversión en términos de lucro y sobre esta base toman la decisión de limitarse a reinvertir sus ahorros, sobrepasar el nivel de los mismos o reinvertir por debajo de dichos ahorros: ello depende de si la tasa de ganancia[19] en la nueva inversión real resulta igual, superior o inferior a la «tasa estándar» π".[20]

Kalecki define a la "tasa de ganancia sobre la nueva inversión" -que en realidad es una tasa incremental-, como el cociente que resulta de dividir a ciertas utilidades asociadas por los empresarios a la nueva inversión, entre el

[19] La edición del F.C.E. que utilizamos emplea el término "proporción de ganancia", debiendo ser evidentemente "tasa de ganancia", que es la denominación que usaremos aquí y en lo que sigue.

[20] Kalecki, *op. cit.*, p. 195.

monto de ésta. De acuerdo con Kalecki, esas utilidades están constituidas, en primer término, por una cierta fracción $\varepsilon\Delta P_t$ del incremento de las ganancias P_t obtenidas en el período considerado, en donde ε es una fracción bastante pequeña, pues se postula que existen grandes capacidades productivas en desuso.

Pero existe una segunda contribución, que resulta del aumento de la productividad debido al progreso técnico, y que provoca un traslado de ganancias del equipo viejo al nuevo, estimulando la inversión en equipo nuevo. Este traslado es igual a la disminución de las ganancias de los capitalistas que continúan usando el equipo viejo, disminución que Kalecki toma como una cierta fracción α de sus costos, a los que considera esencialmente costos de mano de obra y que toma como aproximadamente iguales a los costos de mano de obra totales $Y_t - P_t$, ya que supone que el nuevo equipo puesto en uso en cada período es reducido en relación con el equipo total de capital existente. En consecuencia, esta segunda contribución a los beneficios ligados a la nueva inversión estará dada por $\alpha(Y_t - P_t)$.

Por consiguiente, si llamamos r a la tasa incremental de ganancia sobre la nueva inversión, podremos escribir:

$$r = \frac{\varepsilon\Delta P_t + \alpha(Y_t - P_t)}{I_t} \tag{43}$$

Ahora bien: Kalecki considera que el valor que los capitalistas consideran "normal" o "estándar" para la tasa r, y al cual designa por Π, está dado por

> "la recíproca del llamado "período ganancioso o compensatorio" durante el cual los empresarios esperan «normalmente» recuperar el capital invertido. Para la economía en conjunto, puede suponerse que dicho período no pasa de, digamos, seis o siete años; pues, se puede suponer que

Π es aproximadamente 15%".[21]

En esta forma, el nivel de inversión $I(\Pi)_t$ que daría lugar a la tasa incremental de ganancia "estándar" Π resulta definido, de acuerdo con (43), por la relación:

$$\Pi = \frac{\varepsilon \Delta P_t + \alpha(Y_t - P_t)}{I(\Pi)_t} \tag{44}$$

Al comparar (44) con (43), resulta claro que si $r > \Pi$ entonces $I_t < I(\Pi)_t$, indicando que I_t "se ha quedado corta" y conviene incrementarla, es decir, resulta favorable invertir más; consecuentemente, el término $b[I(\Pi)_t - I_t]$ contribuye positivamente a las decisiones de inversión en la ecuación (40). Lo opuesto ocurre cuando $r < \Pi$, induciéndose en esta situación un descenso en el nivel de inversión; y en el caso en que $r = \Pi$ la inversión efectuada coincide con la inversión de referencia "estándar", no habiendo entonces contribución por esta parte a las decisiones de inversuón.

Para continuar el desarrollo de la ecuación (44) y poder sustituirla en (40), es necesario ahora tomar en cuenta algunos aspectos relativos a las relaciones existentes entre Y_t, P_t e I_t, con objeto de transformar a (44) en una relación que contenga sólo a la inversión.

21. Kalecki hace la suposición de que las ganancias P_t son en todo momento una fracción *constante* ζ del ingreso Y_t:

$$\frac{P_t}{Y_t} = \zeta \tag{45}$$

La justificación básica de este supuesto reside en el

[21]Kalecki, *op. cit.*, p. 197.

hecho de que, según señala Kalecki, los factores semimonopolistas y monopolistas que intervienen en la determinación de los precios permiten a los capitalistas ajustar la distribución del ingreso y mantener fija la participación de sus ganancias en éste, a pesar de que existan grandes capacidades productivas en desuso.

Por consiguiente, usando (45) la relación (44) puede escribirse en la forma:

$$I(\Pi)_t = \frac{\varepsilon \Delta P_t + \delta P_t}{\Pi} \tag{46}$$

en donde:

$$\delta = \alpha\left(\frac{1}{\zeta} - 1\right) \tag{47}$$

La constante δ tiene un significado económico. Señala Kalecki, con base en la interpretación dada al término δP_t:

> "Puesto que las ganancias producidas por el equipo disminuyen en una fracción δ por año por causa de su obsolescencia, en realidad es la tasa de depreciación en sentido literal, porque en esa misma proporción disminuye la capacidad de producción de ganancias del equipo de capital, y lo mismo puede decirse de su «valor real»".[22]

22. Para expresar a las ganancias P_t en términos de la inversión I_t, Kalecki acude a la relación:

---

[22]Kalecki, *op. cit.*, p. 193 (pie de pág.). Aquí también hemos remplazado el término "proporción de la depreciación" por "tasa de depreciación".

$$P_t = C_t + I_t \tag{48}$$

Kalecki toma entonces como función de consumo:

$$C_t = \overline{C}_t + qP_t \tag{49}$$

en donde $\overline{C}_t$ es el término autónomo del consumo, que ahora se supone cambia lentamente con el tiempo. Combinando (48) y (49) obtenemos así:

$$P_t = \frac{\overline{C}_t + I_t}{1 - q} \tag{50}$$

Podemos por consiguiente sustituir a P_t en la expresión (46) de la inversión que "produciría" la tasa π, obteniendo:

$$I(\pi)_t = \frac{\delta I_t + \varepsilon\Delta I_t + \delta\overline{C}_t + \varepsilon\Delta\overline{C}_t}{\pi(1 - q)} \tag{51}$$

23. Pasemos al análisis del último término de la ecuación (40) de decisiones de inversión, el cual es la función ϕ_t. Al respecto, señala Kalecki:

> "En el año considerado, nuevos inventos se ponen al alcance de los empresarios. De esta manera, ellos esperan lograr mejores resultados que los obtenidos por aquéllos cuya inversión se materializó en el año considerado. En realidad, ésto no resultará cierto para los empresarios inversores tomados en conjunto: si no se acelera el aumento en la productividad, la inversión materializada en el año siguiente, no será, en promedio, más lucrativa que la del año presente. No obstante, aquellos empresarios que sean los primeros en beneficiarse de las novedades técnicas, obtendrán mejores resultados que el promedio de los otros."

"Para explicar este estímulo adicional para la inversión, que es una consecuencia directa de las innovaciones, añadiremos a la derecha de la fórmula para las decisiones de inversión, una magnitud de cambio lento dependiente -de modo similar a la parte estable del consumo de los capitalistas- de los desarrollos o progresos económicos, sociales y tecnológicos pasados. Se puede considerar a esta variable semiautónoma, por lo menos en la etapa presente, como una función del tiempo $B(t)$ [ϕ_t en nuestra notación] que cambia lentamente".[23]

Esta función, como se verá más adelante, contribuirá a determinar la *tendencia* de la trayectoria de crecimiento. Sin embargo, Kalecki deja sin especificar la forma precisa de ϕ_t.

24. Sustituyendo las expresiones (42) y (51) en la ecuación (40) de decisiones de inversión, y suponiendo nuevamente, como en (7) y (31), que la inversión decidida $I_t^{(d)}$ en el período t es efectuada hasta el período $t + \theta$, obtenemos la ecuación de inversión:

$$I_{t+\theta} = AI_t + B\Delta I_t + F_t \tag{52}$$

en donde:

$$A = a - b[1 - \frac{\delta}{\pi(1 - q)}] \tag{53}$$

$$B = \frac{b\varepsilon}{\pi(1 - q)} \tag{54}$$

$$F_t = \frac{b}{\pi(1 - q)}(\delta\bar{C}_t + \varepsilon\Delta\bar{C}_t) + \phi_t \tag{55}$$

---

[23]Kalecki, *op. cit.*, pp. 195-196.

La ecuación de inversión (52) se corresponde en este modelo con las ecuaciones (10) y (33) de los modelos anteriores.

25. La ecuación (52) es una ecuación en diferencias lineal de orden θ, que es el lapso requerido para la producción y entrega de los *bienes* de capital. Dicha ecuación puede ser escrita en la forma:

$$I_{t+\theta} - BI_{t+1} + (B - A)I_t = F_t \qquad (56)$$

Ahora bien: es conocido que la solución general de una ecuación en diferencias lineal como (56) puede ser expresada en la forma:

$$I_t = \mathcal{I}_t + i_t \qquad (57)$$

en donde $\mathcal{I}_t$ es una solución particular de la ecuación completa (56):

$$\mathcal{I}_{t+\theta} - B\mathcal{I}_{t+1} + (B - A)\mathcal{I}_t = F_t \qquad (58)$$

e i_t es la solución general de la ecuación homogénea asociada:

$$i_{t+\theta} - Bi_{t+1} + (B - A)i_t = 0 \qquad (59)$$

Para Kalecki, la solución particular $\mathcal{I}_t$ puede tomarse en (57) como representativa de la *tendencia* de la trayectoria de crecimiento de I_t, en tanto que i_t corresponde al *comportamiento cíclico* de la inversión en torno a la tendencia $\mathcal{I}_t$.

La determinación de la solución particular $\mathcal{I}_t$ de (58) depende evidentemente de la forma de la función F_t, definida por (55). Pero como Kalecki no especifica a las funciones $\overline{C}_t$ y ϕ_t que aparecen en (55), la función F_t resulta igualmente indeterminada. Kalecki parece inclinarse más bien por tomar a $\mathcal{I}_t$ como una función conocida que represente una *tendencia creciente* "estable o constante", determinando entonces a F_t simultáneamente de manera que la ecuación (58) sea satisfecha.

26. La ecuación (59), que pretende representar el comportamiento cíclico de la inversión en torno a la tendencia $\mathcal{I}_t$, es una ecuación en diferencias lineal, homogénea y de orden θ. Ahora bien: es un hecho conocido que una ecuación como ésta tiene soluciones oscilatorias sólo si $\theta \geq 2$.

Supongamos por simplicidad que $\theta = 2$. Si hacemos las sustituciones:

$$m = B - 1 \tag{60}$$

$$n = 1 - A \tag{61}$$

entonces la ecuación (59) puede escribirse como:

$$i_{t+2} - (1 + m)i_{t+1} + (m + n)i_t = 0 \tag{62}$$

que tiene la misma forma que las ecuaciones del ciclo económico (11) y (37), pero con $D = 0$. En consecuencia las soluciones de (59), como las de (37), serán las mismas que las de (11), obtenidas en el §7.

Procediendo como en el caso de (37), vemos que la solución tendrá un carácter oscilatorio sólo si se cumple la condición (13), $n > \frac{1}{4}(1 - m)^2$, la cual implica en primer término que $n > 0$. De acuerdo con (61) tendremos entonces $A < 1$, y por consiguiente, según (53):

$$\frac{a}{1 + [1 - \frac{\delta}{\Pi(1 - q)}] b} < 1 \qquad (63)$$

Recordemos aquí que, en la ecuación de decisiones de inversión (40), b es la ponderación del estímulo a las decisiones de inversión proporcionado por la diferencia entre la inversión efectuada I_t y la inversión de referencia $I(\Pi)_t$. Según (63), este efecto contribuye al establecimiento del carácter cíclico de la inversión: entre más grande sea b, mayor posibilidad hay de que se satisfaga (63). Pero b puede ser pequeña, o inclusive 0, satisfaciéndose (63) con tal de que a -la medida de la "reinversión" de los ahorros introducida en el segundo modelo- sea pequeña. Por consiguiente, el elemento causal más importante para la generación del ciclo es aquí el mismo que en el segundo modelo: la "reinversión incompleta" de los ahorros de los capitalistas[24].

Si la condición (63) se satisface, la inversión tendrá un comportamiento cíclico. Pero, de acuerdo con el análisis presentado en el §7, este comportamiento puede ser explosivo, estable o atenuado según que $m + n$ sea mayor, igual o menor que uno, respectivamente. Tomando en cuenta a (60) y (61), así como a (53) y (54), obtenemos:

---

[24]Véase la discusión del §16.

$$m + n = [\frac{\varepsilon - \delta}{\Pi(1 - q)} + 1]b - a \tag{64}$$

y por consiguiente se plantean las situaciones siguientes:

$[\frac{\varepsilon - \delta}{\Pi(1 - q)} + 1]b - a$	TIPO DE CICLO
> 1	Explosivo
= 1	Estable
< 1	Atenuado

Este Cuadro sugiere que cuando b es grande el ciclo tiende a ser explosivo o estable, en tanto que para valores pequeños de b el ciclo tiende a ser atenuado.

SERIE DOCUMENTOS DE TRABAJO

Los siguientes documentos de trabajo de publicación reciente pueden ser solicitados a:

Rocío Contreras,
Centro de Documentación, Centro de Estudios Económicos, El Colegio de México A.C., Camino al Ajusco # 20 C.P. 01000 México, D.F.

85/I	Bhaduri, Amit. "The race in arms: its mathematical commonsense".
85/II	Garber, Peter M. and Vittorio U. Grilli. "The belmont Morgan syndicate as an optimal investment banking contract".
85/III	Ros, Jaime. "Trade, growth and the pattern of specialization".
85/IV	Nadal, Alejandro. "El sistema de precios de producción y la teoría clásica del mercado".
85/V	Alberro, José Luis. "Values and prices in joint production: discovering inner-productivities".
85/VI	Urquijo Hernández, Luis Alfredo de. "Las plácticas de ajuste en el sector externo: análisis de un modelo computable de equilibrio general para la economía mexicana".
85/VII	Castañeda Sabido, Alejandro I. "La proposición de inefectividad de la nueva macroeconomía clásica un estudio crítico".
85/VIII	Alba, Enrique de y Ricardo Samaniego, "Estimación de la demanda de gasolinas y diesel y el impacto de sus precios sobre los ingresos del sector público".

85/IX	Alba, Enrique de y Yolanda Mendoza"Disaggregation and forecasting: A bayesian analysis"
86/I	Blanco, Herminio. "The term structure of the futures exchange rates for a fixed exchange rate system: the mexican case".
86/II	Ize, Alain and G. Ortíz."Fiscal rigidities, public debt and capital flight".
86/III	Alberro, José. "La dinámica de los precios relativos en un ambiente inflacionario".
86/IV	Bucay, Nisso ."Wage rigidity and the firm alternative approaches".
86/V	Alberro, José y Jorge Cambiaso."Características del ajuste de la economía mexicana.
87/I	Alberro, José, José Córdoba and Eytan Sheshinsky "On measures of dispersion of relative prices under inflation".
87/II	Alberro, José, Herminio Blanco and Peter Garber "The effects of terminating the mexican two-tiered exchange rate system".
87/III	Fernández, Oscar y Nora Lustig. "Estrategias de crecimiento, sustitución de importaciones y balanza de pagos en un modelo de crecimiento multisectorial".
87/IV	Tornell, Aaron. "Insulating properties of dual exchange rates: a new-classical model".
87/V	Villarreal, Roberto."El manejo de la deuda externa de México en la década 1978-1987"
87/VI	Mercado, Alfonso. "Automatización asistida por computadora y desarrollo industrial en México. El uso de las máquinas-herramienta de control numérico computarizado".
87/VII	García Alba, Pascual. "Un enfoque para medir la concentración industrial y su aplicación al caso de México".

87/VIII Villarreal, Robert I. "Investment and financing interactions at the firm's level: an econometric simultaneous equation approach".

87/IX Lustig, Nora. "México: size and impact of non transfer expenditures: 1920-1985".

87/X Lustig, Nora. "Del estructuralismo al neoestructuralismo: la búsqueda de un paradigma heterodoxo"

88/I Guerrero, Víctor M. "Obtención de pronósticos óptimos, sujetos a restricciones, con modelos arima".

88/II Lustig, Nora. "Stabilization and adjustment in post 1982,Mexico:are there signs of export-led growth?

88/III Yúnez, Antonio. "Theories of the exploited peasantry; a critical review".

88/IV Unger, Kurt y Luz C. Saldaña, "Las economías de escala y de alcance en las exportaciones mexicanas más dinámicas".

88/V García Rocha, Adalberto, Aurora Gómez y Miguel Szequely. "Estrutura de la desigualdad en México".

88/VI Hart, Michael. "Dispute settlement and the Canada- United States free trade agreement".

88/VII Pérez Motta, Eduardo, Evelyn Greenwell y Gabriela Quezada. "Participación de la mujer casada en el mercado laboral del área urbana en México: un análisis económico de su relación con la división sexual del trabajo dentro de la estructura familiar".

88/VIII Baillet, Alvaro. "An analysis of direct taxation on mexican taxpayers: a microsimulations approach"

88/IX Baillet, Alvaro y Arlette Cisneros. "La inversión extranjera directa en el sector de servicios en México".

88/X	Baillet, Alvaro. "La evolución de los ingresos del sector público".
88/XI	Kehoe, Timothy. "A general equilibrium analysis of the indirect tax reform in Spain".
88/XII	Férnadez, Oscar and Nora Lustig. "Optimal allocation of investment and the role of import substitution".
88/XIII	Fernández, Oscar. "Valores y precios en producción análisis de comportamientos destructivos ocultos".
89/I	Unger, Kurt and Luz Saldaña. "MNC, global strategies and technical change: implications for industrializing countries"
89/II	Cuddington, John and Carlos Urzúa. "Primary commodity prices: a time-series analysis of trends and cycles".
89/III	Urzúa, Carlos M. "Tests for multivariate normality of observations and residuals".
89/IV	Crane, Randall. "Tax-price specification and the demand for local public goods".
89/V	Crane, Randall. "A note on hedonic prices in cost/ benefit analysis".
90/I	Ize, Alain. "Trade liberalization, stabilization, and growth: some notes on the mexican experience".
90/II	Sandoval Musi, Alfredo "Construction of new monetary aggregates: the case of Mexico".
90/III	Fernández, Oscar. " Algunas notas sobre los modelos de Kalecki del ciclo económico".